

Journées de combinatoire de Bordeaux 2026

Résumés des interventions

Nicolas Bitar

Snakes, SAWs, and Symbolic Dynamics

Cette présentation explorera comment répondre à des questions sur les problèmes de pavages en étudiant des ensembles de chemins auto-évitant à travers de la dynamique symbolique. Le problème du serpent infini a été introduit en 1979 par Myers, comme une variante (a priori) plus simple du célèbre Problème du Domino. Il consiste à déterminer, à partir d'un ensemble de tuiles et de règles d'adjacence, s'il existe un pavage d'un chemin simple bi-infini sur le plan discret qui respecte localement les règles d'adjacence. Ce problème a été démontré comme étant indécidable en 2002 par Adleman, J. Kari, L. Kari et Reishus. Pour comprendre ce résultat, nous avons examiné avec Nathalie Aubrun, ce qui se passe lorsque nous modifions la structure sous-jacente du problème pour un graphe de Cayley différent. En étudiant ce problème, l'ensemble de toutes les marches auto-évitanes bi-infinies apparaît comme un objet naturel. Cet ensemble, que nous appelons le squelette du graphe, peut être considéré comme un sous-décalage unidimensionnel. Dans l'exposé, nous montrerons comment les propriétés dynamiques du squelette influencent la décidabilité du problème du serpent et la structure du graphe de Cayley sous-jacent. Nous explorerons également d'autres propriétés de ce sous-décalage, telles que ses points périodiques et son entropie.

Enrica Duchi

Combinatoire des équations catalytiques d'ordre un : un recablage "géométrique"

Le recablage planaire est une construction générique qui donne une bijection entre d'une part les arbres non-négatifs associés aux équations à une variable catalytique d'ordre un et d'autre part certains arbres compagnons à décomposition algébrique. Il permet de prouver combinatoirement que les solutions d'équations à une variable catalytique d'ordre un sont des séries algébriques.

Nous montrerons dans cet exposé qu'un recablage peut aussi être fait de manière plus géométrique pour lier plus directement les arbres compagnons aux objets de départ. Cette approche donne naturellement la bijection récente entre poissons combattants et certains arbres ternaires due à Eu, Fu et Pan (qui étend la bijection d'Aval, Boussicault, Bouvel et Silimbani entre polyominos parallélogrammes et arbres binaires). Ce recablage géométrique s'étend à une bijection entre des arbres quaternaires et les poissons étendus associés aux intervalles de Tamari. Nous verrons qu'il permet aussi de donner une bijection entre les intervalles du poset pyramide et des arbres bicolores.

Travaux avec Gilles Schaeffer, et avec Jean-Luc Baril, Khaydar Nurligareev, Mehdi Naima et Sergey Kirgizov.

Colin Faverjon

Propriétés arithmétiques des suites q -régulières

En 1992, J.-P. Allouche et J. Shallit ont introduit la notion de suites q -régulières, généralisant ainsi celle de suite automatique aux suites d'image infinie. Cette classe inclut des exemples fondamentaux tels que :

- la somme des chiffres d'un entier n en base q ,
- la partie entière du q -logarithme de n ,
- la valuation p -adique de n ,
- la fonction de complexité de l'algorithme de tri-fusion,
- les suites d'entiers dépourvus d'un chiffre donné,
- - ainsi que toutes les suites automatiques.

Ces suites admettent plusieurs caractérisations : par leur q -noyau, via des automates pondérés, au moyen de séries rationnelles non commutatives, ou encore grâce à des représentations linéaires. Il en découle aisément que leurs séries génératrices sont des fonctions M , c'est-à-dire des solutions d'une équation mahlérienne linéaire. Lorsque de telles séries sont irrationnelles, elles sont hypertranscendantes et ne satisfont aucune équation aux différences finies ni aux q -différences. Elles se distinguent ainsi de nombreuses suites classiques.

Un résultat récent de B. Adamczewski, J.-P. Bell et D. Smertnig montre que, parmi l'ensemble des fonctions M , les séries génératrices des suites régulières se distinguent par les propriétés arithmétiques de leurs coefficients. Ce résultat nous a inspiré un analogue de la conjecture de Bombieri-Dwork dans le cadre mahlérien : Les coefficients des solutions d'équations mahlériennes "issues" du monde automatique devraient posséder des propriétés arithmétiques particulières. Dans un travail en collaboration avec J. Roques, nous établissons un tel énoncé en démontrant que l'équation mahlérienne minimale associée à une suite q -régulière admet une base complète de solutions composée de séries régulières généralisées. De manière inattendue, ce résultat s'avère équivalent à des propriétés de transcendance des valeurs prises par les fonctions M en des points algébriques.

Alaa Ibrahim

Preuves automatiques de Positivité pour les récurrences linéaires

De nombreuses inégalités en combinatoire, ou entre fonctions spéciales, se ramènent à une question élémentaire : décider la positivité des termes d'une suite définie par récurrence. Cette question intervient dans domaines variés tels que la vérification de code, l'analyse d'erreur ou encore la modélisation en biologie. Plus précisément, étant donnée une suite définie par une récurrence linéaire à coefficients polynomiaux et des conditions initiales, il s'agit de décider si tous les éléments de la suite sont positifs. Ce problème est généralement difficile. Même dans le cas de récurrences linéaires à coefficients constants, la décidabilité est liée à des questions ouvertes en théorie des nombres. Notre approche est géométrique : la positivité est prouvée en montrant que les éléments de la suite restent dans des cônes positifs, construits en se basant sur la théorie de Perron-Frobenius pour les cônes. Cette approche établit la décidabilité de la positivité pour une large classe de récurrences d'ordre arbitraire.

Eva Maria Hainzl*Asymptotic normality of pattern counts in random maps*

In a recent joint work with Michael Drmota and Nick Wormald, we proved a central limit theorem for pattern counts in random planar maps by reducing the pattern count problem to a face count problem. I will present a shorter proof involving the computation of bivariate coefficient asymptotics from a discrete differential equation with one catalytic variable and comment on extensions of the result to several other subclasses of planar maps as well as the limitations of this method.

Slim Kammoun*Compter dans une classe de conjugaison*

Soit f une statistique sur les permutations (plus longue sous-suite croissante, inversions, descentes, occurrences de motifs, etc.). Comprendre le comportement typique, les fluctuations et les grandes/modérées déviations de f sous la loi uniforme sur $\mathfrak{S}_n$ est déjà parfois délicat. La situation devient encore plus difficile lorsque l'on conditionne par la structure en cycles, par exemple au sein d'une classe de conjugaison, où la combinatoire exacte est souvent hors de portée. Je présenterai des techniques probabilistes donnant des asymptotiques de comptage dans certains régimes. Je vais essayer de répondre à des questions de type : comment compter (asymptotiquement) le nombre de n -cycles avec $\text{LIS} \geq 3\sqrt{n}$, ou des permutations à moins de 200 cycles ayant $n/2 + c\sqrt{n}$ inversions.

Travail basé sur des travaux avec Valentin Féray et Alice Guionnet.

Raquel Melgar*Une généralisation de la fonction chromatique quasisymétrique pour les graphes signés*

En 1995, Stanley a défini la fonction symétrique chromatique d'un graphe G , qui se spécialise dans le polynôme chromatique de G . Cette fonction est toujours largement étudiée actuellement. En 2017, Shareshian, Wachs et Ellzey ont défini un raffinement de cette fonction pour les graphes dirigés qui se trouve être dans l'algèbre des fonctions quasisymétriques. Cette algèbre est d'un grand intérêt en algèbre combinatoire. Notre objectif est d'étendre ce travail aux graphes signés, en prenant en compte le point de vue de l'arrangement d'hyperplans associé à un graphe signé développé par Zaslavsky. Nous introduisons l'invariant chromatique quasisymétrique signé et obtenons des propriétés structurelles. En conséquence, nous définissons et étudions l'algèbre des fonctions quasisymétriques signées.

Daria Pchelina

Arrangements de disques et empilements de sphères optimaux

On a une caisse carrée plate, notre but est d'y placer le plus grand nombre d'oranges possible en une seule couche. La solution de ce problème est connue uniquement pour des caisses dont le côté ne dépasse pas six fois le diamètre d'une orange. Pour la trouver dans la plupart des cas, il faut utiliser un ordinateur.

En revanche, si la caisse est infinie (c'est-à-dire le plan entier), l'arrangement optimal s'obtient beaucoup plus facilement.

Considérons ce problème en trois dimensions : on cherche à empiler les oranges de la façon la plus compacte possible dans l'espace. Kepler a conjecturé que l'empilement des "boulets de canon" est optimal. Il a fallu attendre 400 ans pour que cette conjecture soit démontrée par Hales et Ferguson, dont la preuve comporte 250 pages de texte et des dizaines de milliers de lignes de code.

Que se passe-t-il si l'on veut stocker à la fois des oranges et des clémentines ?

Lionel Pournin

Sections d'hypercube et nombres eulériens

Les nombres eulériens forment un triangle comme le triangle de Pascal et de la même façon que les coefficients binomiaux, les lignes de ce triangles suivent asymptotiquement une loi normale, ce qui a été montré par Leonard Carlitz, David Kurtz, Richard Scoville et Olaf Stackelberg. Ceux-ci ont aussi borné l'ordre de convergence de cette estimation asymptotique. Il a été remarqué par Richard Stanley et par Douglas Hensley que ces nombres sont, à un facteur près, le volume des sections de l'hypercube unité par un hyperplan orthogonal à l'une de ses diagonales. L'utilisation conjointe de ces deux points de vue permet d'améliorer la borne sur l'ordre de convergence des nombres eulériens vers leur comportement normal limite et d'établir des propriétés sur le volume des sections de l'hypercube. Cet exposé présente des résultats récents sur ces deux aspects.

Meltem Unel

Les arbres biaisés par la hauteur : quelques nouveaux résultats

Étant donné $n \in \mathbb{N}$ et $\mu \in \mathbb{R}$, un arbre de taille n biaisé par la hauteur est un arbre planaire aléatoire T_n à n sommets dont la loi est donnée par $P(T_n = t) \sim e^{-\mu h(t)}$, où t est un arbre fixe à n sommets, et $h(t)$ est la hauteur de t . Dans cet exposé on va présenter quelques statistiques de ces arbres quand $\mu = \mu(n)$ est une suite à termes positifs dépendant de n : la limite d'échelle quand $\mu(n) \sim 1/\sqrt{n}$, la hauteur ainsi que le comportement autour de la racine quand $0 \leq \mu(n) \ll n$.

L'exposé est basé sur arXiv :2512.17747 en commun avec L. Addario-Berry, B. Corsini et N. Maitra.